

# 量子計算の実現に向けて

竹内 繁樹\* · 井須 俊郎

量子計算機は、これまでの計算機では時間がかかりすぎて解くことのできなかった問題を解くことが可能な、まったく新しい概念に基づく計算機である。本稿では、量子計算機を実現するために必要な各種条件を説明し、現在提案されている実現の方式について概観と位置づけを行い、その将来について展望する。

**Keywords :** quantum computation, quantum computer, qubit, quantum logic gate, nuclear spin, ion trap, photon, electron

## 1. ま え が き

1985年、イギリスの物理学者 D. Deutsch は「現在の計算機のビットが、0 と 1 だけではなく、それらの重ね合わせ状態も取ることができれば、どのような計算ができるのか」と考えた。それが量子計算の概念の始まりである<sup>1)</sup>。そのアイデアをもとに、1994年に P. Shor が因数分解の量子計算アルゴリズムを発見したことにより、量子計算は一躍脚光を浴びることになる<sup>2)</sup>。因数分解は、桁数の増加とともに指数関数的に計算時間が増大することが知られている。例えば 200 桁の整数を因数分解するには、現在最高速の計算機を用いても、数十億年かかると考えられており、この困難さがインターネットの暗号の安全性を保証している。ところが量子計算機を使えば、桁数に比例する時間、200 桁であれば例えば数分で解けてしまうことになる。これまでにデータベース検索を超高速で行えることも発見されており<sup>3)</sup>、ほかにどのような問題が高速で解けるのか探索が進行中である。

本稿では、この量子計算の実現方法について、現在提案されている方法を概観し、その意義づけを行うことを主眼とした。量子計算の概念的な説明や実現方法の解説については、文献 4～8) を参照していただきたい。

## 2. 量子計算実現に必要な素子と性能

### 2.1 キュビットと基本ゲート

重ね合わせ状態を取れるように拡張されたビットは、キュビット (qubit, quantum bit の略) とよばれ、一般には  $|a\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + \exp(i\alpha)\sin(\theta/2)|1\rangle$  と表すことができる (図 1)。ここで  $\theta$  は '0' と '1' の重みづけを決定し、また  $\alpha$  は位相に関するパラメーターで

ある。どのような量子計算のプログラムも、このキュビットに、位相シフタと制御ノットの二つの基本ゲートを作用させることで構成できることがわかっている<sup>9,10)</sup>。位相シフタは、一つのキュビットに関する量子ゲートで、キュビットの '0' と '1' の割合  $\theta$  や位相  $\alpha$  を任意の値だけ変化させる。一方、制御ノットは、2つのキュビットに関する量子ゲートで、一方を制御キュビット、他方を信号キュビットとしたとき、制御キュビットが  $|1\rangle$  のときに限って、信号キュビットの  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  を反転させる。

キュビットを実現する物理量の候補としては、原子核スピン、電子の準位やスピン、光子の偏光など、さまざまなものが考えられる。量子計算機を実現するには、それらのキュビットに対する基本ゲート操作をどのように実現するかが一つの鍵である。

### 2.2 緩和時間と計算可能回数

しかし、単に基本ゲートを実現できただけでは不十分で

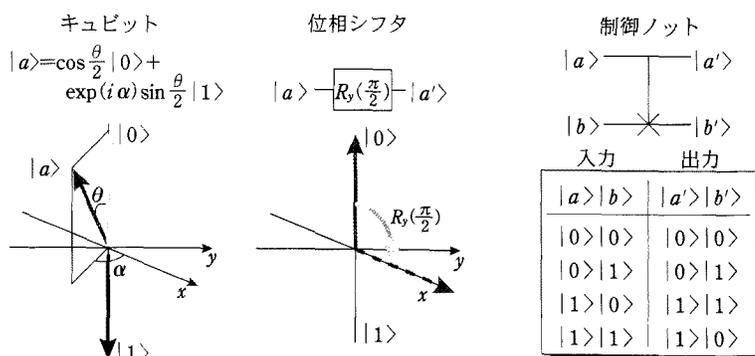


図 1 キュビットと基本量子ゲート。位相シフタは、キュビットのパラメーター  $\theta$ ,  $\alpha$  を一定の値だけ変化させるような操作である。図では、キュビットを  $y$  軸のまわりに  $\pi/2$  回転させる位相シフタが示されている。制御ノットは、2つのキュビットに関するゲート操作である。 $|a\rangle$  を制御ビット、 $|b\rangle$  を信号ビットとよぶ。

ある。量子計算では「重ね合わせ状態」を用いて計算を行うため、計算中はこの「重ね合わせ状態」が保たれる必要がある。この重ね合わせ状態が保たれている時間を、緩和時間  $\tau$  とよぶ。どれだけ大きな数を因数分解可能か、つまり実行可能なプログラムの規模は、その系の緩和時間の間にキュビットにゲート操作を何度行えるかによって決まり、それを最大ステップ数  $N_{max}$  とよぶ。おおざっぱには、 $N_{max}$  は一つのゲート操作に必要な時間を  $T_g$  として、 $\tau/T_g$  で見積もることができる。現在の計算機よりも優れた量子計算機の方式を発明するという立場に立てば、大きな最大ステップ数の実現をめざすことが重要である。例えば今の計算機では事実上解けないとされる 200 ビットの整数を因数分解するには、1000 キュビットと、約  $10^{10}$  のステップ数が必要である<sup>11)</sup>。

最大ステップ数を大きくするためには、長い緩和時間を確保しなければならない。緩和時間を決める要因はさまざまあるが、おもにそのキュビットとして用いる物理量(自由度)がどの程度、周囲の系と相互作用しているかによって決まる。そのため、何をキュビットに用いるかだけでなく、どのような場所にキュビットを置くかによって緩和時間は大きく異なる。そのほかに緩和時間を短くする要因として、ゲート操作におけるランダムなエラーがあげられる。また、扱うキュビット数が増加すると、それに伴い重ね合わせを壊す要因が増えるため、その緩和時間は単独のキュビットのそれに比べて短くなると考えられている。単独のキュビットの緩和時間は、いわばそれを用いる系の緩和時間の上限を与える。

ゲート時間は、それぞれの実現方法に依存する。ゲート時間と緩和時間やキュビットの数の間にトレードオフのある場合もある<sup>12)</sup>。以下、現在提案されているさまざまな実現方法を概観する。

### 3. 提案されている量子計算機の現状と位置づけ

#### 3.1 緩和時間が長い核スピン

核スピンは、キュビットのイメージとして最初に思いつく物理量の一つだろう。その緩和時間は室温の液体中で長いもので数十秒ある。この緩和時間の長さはキュビットの候補として魅力的である。一方その欠点は、単一の核スピンに対する制御、読み出し、書き込みの方法であった。

##### 3.1.1 半導体不純物量子計算機

1998年に Kane によって提案されたシリコン量子計算機<sup>13)</sup>は、核スピン一つ一つの制御と、読み書きを可能とするものである。図2に提案の概略を示す。キュビットは、シリコン中に埋め込まれた  $^{31}\text{P}^+$  イオンの核スピンである。

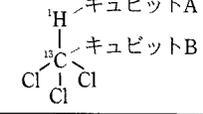
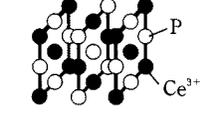
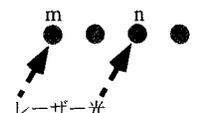
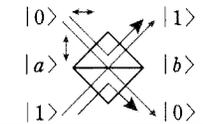
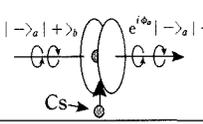
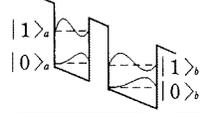
キュビット	方式	概念図	キュビット	$\tau, N_{max}$ , 実験現状	文献
核スピン	P/Si		$I=0$ のシリコン中に埋め込まれた $^{31}\text{P}$ の核スピン	$10^6$ (s), $10^{12}$ (回) アイデアのみ	13
	NMR		$^1\text{H}, ^{13}\text{C}$ など原子の核スピン	$10^2$ (s), $10^8$ (回) 3キュビットのアルゴリズム実現	14
	結晶		同じ軸または面に位置する、 $^{31}\text{P}$ の核スピン	$10^2$ (s), $10^8$ (回) アイデアのみ	18
イオン	トラップ		イオンの微細構造単位	$10^8$ (s), $10^{13}$ (回) 制御ノット	19
光子	線形光学素子		光子の光路および偏光	$10^{-4}$ (s), $10^6$ (回) 3キュビットのアルゴリズム実現	21
	キャビティ		光子の偏光	$10^{-4}$ (s), $10^3$ (回) 制御ノットに もうすこし	23
電子	量子井戸		電子準位	$10^{-8}$ (s), $10^4$ (回) 制御ノットに もうすこし	27

図2 現在提案されている量子計算機の例。  $\tau$  は単独のキュビットの緩和時間を、 $N_{max}$  は  $\tau$  をゲート時間で割って見積もった最大ステップ数を表す。

通常固体中の核スピンは、周りの核スピンとのランダムな相互作用によって急速に緩和する。しかしこの提案においては、核スピンが0のシリコン同位体のみからなる特殊な基板に埋め込むことで、長い緩和時間 ( $10^6$ 秒) が達成可能と予測している。核スピン一つ一つに対する位相シフトは、その  $^{31}\text{P}^+$  イオンの上部の電極 (A-ゲート) に電圧をかけることによって  $^{31}\text{P}^+$  イオンに付帯する電子密度を変化させ、それによる共鳴周波数シフトを利用して行う。核スピン間の制御ノットについては、隣接する  $^{31}\text{P}^+$  イオン間の電極 (J-ゲート) に電圧を印加することで電子-電子間のスピン相互作用を誘起し、それを媒介とする核スピン間相互作用を用いて可能になっている。また、スピン状態の読み出しは、核スピンの状態による A-ゲート電極の電子数変化を、クーロンブロッケイドで検出することで行う。

この提案の実現にあたっては、構造形成および読み出し技術の両面で、現状技術の最先端が要求される。しかし、キュビットの数が増大した場合も装置が複雑にならずにすむなど、固体方式の利点を特徴的に有しており、大変魅力

的なアイデアである。

### 3.1.2 NMR 量子計算機

同じく核スピンをキュビットとして用いるアイデアとして、核磁気共鳴 (NMR) 量子計算<sup>14)</sup>を Chuang<sup>15)</sup>らと Cory<sup>16)</sup>らが同時に提案した。この提案では、分子中の原子の核スピンをキュビットとして用いる(図2)。それまでは、単一の量子をキュビットとして用いるという固定概念があったが、この提案では、熱平衡状態にあるアボガドロ数程度の核スピンの対して特定の操作を行うことで、擬似的な「純粋状態」を作り出す。いわば、一つ一つが分子1個からなる量子計算機を多数用意し、それらをいっせいに動作させ、その計算結果の平均値を読み出そうというものである。提案の1年後には、通常の NMR 装置を用いて、2 キュビットに対するアルゴリズムの検証実験も行われた<sup>17)</sup>。

現在では NMR 量子計算機は、量子計算の各種仕組みを実験的に検証するテストベッドとして重要な位置を占めている。また、現状技術のままでは 10 キュビット程度と見られるその限界を、レーザー光を用いた制御などによりスピンを熱平衡状態から変えることで打ち破ろうとする試みもある。

### 3.1.3 結晶格子量子計算機

「自然に元から存在する大量のキュビットからなる系を制御しよう」という発想で、結晶中の核スピンの量子計算機が提案されている<sup>18)</sup>。この方法では、CeP の結晶中の P の核スピンをキュビットとして用いる。そして、それぞれの格子点の核スピンは、結晶に磁場勾配をかけ、そのそれぞれの位置における磁場強度の違いによって区別しようというアイデアである。

このアプローチは、いわば NMR 量子計算で用いる分子を巨大化した極限ともいえる。そのスピンの複雑な「量子もつれ合い」をどのように制御するか、興味深い研究課題である。

## 3.2 イオンを用いたキュビット

### 3.2.1 イオントラップ量子計算機

長い緩和時間を人工的に作り出す手段として、イオントラップがある。これは、電磁ポテンシャルによってイオンを真空中に浮かせることにより、外界との相互作用を断ち切り、長い緩和時間を実現するものである。1995年に Zurek らにより、直線上にトラップしたイオンをキュビットとし、それらにレーザー光を照射する量子計算機が提案された<sup>19)</sup>。その後、単一イオンを用いた制御ノット実験が行われている<sup>20)</sup>。

この提案は、現在の計算機を凌駕する量子計算機の有力候補の一つである。現在 NIST、ロスアラモス国立研究所などで複数のキュビットを用いた量子計算機の実現をめざしている。しかし、キュビットの数が増えた場合にいかに系全体を安定に保つかが課題である。

### 3.3 光をキュビットとして用いる

緩和時間の長いキュビットの候補として光子がある。各種干渉型望遠鏡により何光年も彼方の星の観測が行われていることから明らかなように、真空中を走る光子の位相

緩和時間は無限に近い。また、光ファイバー中を伝搬させる場合でも、数十 km の干渉実験が行われている。

### 3.3.1 線形光学素子量子計算機

光子の偏光をキュビットとして用いる場合、その位相シフトは、既存の光学部品を用いて容易に構成できる。問題となるのは、光子一つの状態でもう一つの光子を制御する、制御ノットであるが、まだその実現への路は遠い。著者らは、キュビットの数を  $N$  とした場合に、 $2^N$  個の光路を用意することで、制御ノット実現の困難さを回避する量子計算アルゴリズムの実現方法を提案し<sup>21)</sup>、3 キュビットのアルゴリズムの検証実験に成功した<sup>22)</sup>。

現在の計算機を凌駕するような大規模な量子計算を実現するのは困難であるが、比較的少数のキュビットを用いた量子計算アルゴリズムの検証実験は可能である。この方法で任意の量子計算アルゴリズムを実行できることがわかっており、今後 NMR 量子計算機と並んで量子計算のテストベッドとして、各種アルゴリズムの検証実験やエラーの低減に向けた研究に活用されるだろう。

### 3.3.2 マイクロキャビティによる光子-光子スイッチ

光子一つ状態でもう一つの光子を制御するような光子-光子スイッチの研究も行われている。Kimble らは、マイクロキャビティ中に閉じ込めた原子を用いて、マイクロキャビティに先に入射した光子と次に入射する光子の偏光状態の組合せで、それらの位相を変化 (14 度) させることが可能であることを実証した<sup>23)</sup>。

この素子を制御ノットとして用いるためには、位相変化量を 180 度にする必要がある。キャビティ中での原子位置が不確定であるため毎回同じ位相変化を得られない、など改善すべき点は多々あるが、最初の第一歩はすでに踏み出されている。

このほかに、キャビティ中に閉じ込められた光子の数をキュビットとして用いる方法も提案されている<sup>24)</sup>。

## 3.4 固体中の電子を用いたキュビット

これまでにも固体中の電子の量子力学的な効果を用いる素子が多数作られているように、固体中の電子もキュビットの有力な候補である。しかし、キュビットを担う電子の周囲に存在する多数の背景電子が引き起こす緩和の問題などが存在する。以下紹介する量子井戸、量子ドットの電子準位を用いる方式のほかにも、超伝導素子を用いた量子計算機の提案<sup>25)</sup>や実験<sup>26)</sup>などがある。

### 3.4.1 量子井戸量子計算機

量子ロジックゲートの発見とほぼ同時にそれを実現するための例として提案されたのが、Barenco らによる量子井戸中の電子準位をキュビットとして用いるものである(図2)<sup>27)</sup>。位相シフト操作はその準位差に共鳴した光によって行い、隣接している量子井戸間での制御ノットは、量子井戸に電場をかけることで発生する井戸間の電子-電子相互作用を利用して行うことができる。

ほかに、量子ドット中のエキシトンのコヒーレントな励起をキュビットとして用いるアイデア<sup>28)</sup>や、結合量子ドットをキュビットとして用いる提案<sup>29)</sup>などがなされている。

これら一連の提案での最大の課題は、いかに緩和時間を長くすることができるかにある。実験的には、結合量子ドットでの対称-非対称準位間の反転による「制御ノット実験」への取り組みがなされている<sup>30)</sup>。

#### 4. む す び

以上、本稿では現在提案されている量子計算の実現方法や、それらに関する実験について概観した。最後に簡単に理論面での進展ならびに今後の展望について述べる。

当初、量子計算の実現に対して、いくつかの本質的な疑念が呈された。一つはエラー蓄積の問題である。デジタル計算機では、微小なエラーが存在してもしきい値を超えない限りはそのつど消去され、蓄積することがない。一方、量子計算では、位相や振幅などの連続量を扱うため、そのままではエラーが蓄積してしまうことが指摘されていた<sup>31)</sup>。しかし、Shor らによる量子誤り訂正符号の発見により、このエラーを訂正可能であることが示された<sup>32)</sup>。ほかに、量子計算の途中で計算進行状態を観測することができないのではないか、との疑念も呈されていたが、進行状態を監視可能であることが理論的に示されている<sup>33)</sup>。このように、量子計算の実現に対する本質的な疑問は、理論的には解決しつつある。

このような理論の進展に対して、量子計算の実現に向けて、実験の面からは次の2つの研究が重要である。一つは、量子誤り訂正など、量子計算の理論的な枠組みの中で提案されている各種アイデアを、実際の物理系を用いて実証する研究である。実証実験のためのテストベッドとしては、現状でも線形光学素子量子計算機や、NMR 量子計算機を用いることができる。これらの実証を通じて、量子計算の実現に向けた問題点の明確化と理解の深化が期待できる。また、これらの実証実験は、量子もつれ合いとその緩和などの、量子力学の基礎の理解にも深くかかわっている。

もちろんもう一つは、現在の計算機を凌駕するような量子計算機の方式に関する研究である。大規模な計算を実行可能にするためには、キュビットの数(1000)とステップ数 $10^{10}$ を確保することが目標である。キュビット数を確保する観点からは、集積化が可能な固体素子による実現は魅力的である。一方、 $10^{10}$ のステップ数を確保するためには、ゲート時間を例えば1 ps とした場合でも、最低10 ms 程度の緩和時間が必要になる。このため、キュビットとその環境を選択する時点から、将来実現できそうなキュビットの緩和時間を見極める必要がある。動作温度については現在の計算機には解けない問題を解けるという特殊性から、たとえ極低温での動作であってもよいのかもしれない。

本稿で紹介した実現方法はほとんどがこの2~3年以内に提案され、あるいは実験が行われたものであり、今後も活発な提案が引き続き行われることはまちがいない。量子

計算機の研究は、これらのさまざまな提案のそれぞれが抱える問題点を一つ一つ解決しながら、同時によりよい方式が探求される段階にあると思われる。

本稿にコメントを寄せてくださった、三菱電機の柳生氏、富田氏に感謝します。線形光学素子を用いた3キュビットの実験は、著者が科学技術振興事業団の個人研究推進制度(さきがけ研究21)に所属し行ったものです。

#### 文 献

- 1) D. Deutsch: Proc. R. Soc. London Ser. A **400**, 97 (1985).
- 2) P. W. Shor: Proc. 35th Annual Symp. on Foundation of Computer Science, IEEE Computer Soc, Los Alamitos, CA p. 124 (1994).
- 3) L. K. Grover: Phys. Rev. Lett. **79**, 325 (1997).
- 4) 竹内繁樹: 日本物理学会誌 **54**, 263 (1999).
- 5) 数理科学「特集 量子コンピュータ」10月号(1998).
- 6) 細谷暁夫: 日本物理学会誌 **52**, 748 (1997).
- 7) D. Deutsch and A. Ekert: Phys. World **11**, 47 (1998).
- 8) A. Ekert and R. Jozsa: Rev. Mod. Phys. **68**, 733 (1996).
- 9) D. Deutsch, A. Bareco and A. Ekert: Proc. R. Soc. London A **449**, 669 (1995).
- 10) S. Lloyd: Phys. Rev. Lett. **75**, 346 (1995).
- 11) R. J. Hughes, D. F. James, E.H. Knill, R. Laflamme and A. G. Petschek: Phys. Rev. Lett. **77**, 3240 (1996).
- 12) S. Haroche and J. M. Raimond: 井元信之訳: パリティ **12**, 45 (1997).
- 13) B. E. Kane: Nature **393**, 133 (1998).
- 14) N. A. Gershenfeld and I. L. Chuang: Science **275**, 350 (1997).
- 15) N. A. Gershenfeld, I. L. Chuang and S. Lloyd: In PhysComp96 (T. Toffoli ed.,) New England Complex Systems Inst., Cambridge, MA, p. 134 (1996).
- 16) D. G. Cory, A. F. Fahmy and T. F. Havel: *ibid.*, p. 87 (1996).
- 17) I. L. Chuang, L. M. K. Vandersypen, X. Zhou, D. W. Leung and S. Lloyd: Nature **393**, 143 (1998).
- 18) F. Yamaguchi and Y. Yamamoto: Appl. Phys. A **68**, 1 (1999).
- 19) J. I. Cirac and P. Zoller: Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995).
- 20) C. Monroe, et. al.: Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995).
- 21) S. Takeuchi: Proceedings of FOURTH WORKSHOP ON PHYSICS AND COMPUTATION: PhysComp96 (1996); 竹内繁樹: 電子情報通信学会論文誌 A **J81-A**, 1644 (1998).
- 22) S. Takeuchi: 投稿中.
- 23) Q. A. Turchette, et. al.: Phys. Rev. Lett. **75**, 4710 (1995).
- 24) M. Brune, et. al.: Phys. Rev. Lett. **72**, 3339 (1994).
- 25) Y. Makhlin, et. al.: e-print on <http://xxx.yukawa.kyoto-u.ac.jp/abs/cond-mat/9808067>.
- 26) Y. Nakamura, et. al.: Nature **398**, 786 (1999).
- 27) A. Barenco, D. Deutsch and A. Ekert: Phys. Rev. Lett. **74**, 4083 (1995).
- 28) 松枝秀明: 電子情報通信学会誌 A **J81-A**, 1678 (1998).
- 29) G. Burkard, et. al.: Phys. Rev. **B 59**, 2070 (1999).
- 30) T. H. Oosterkamp, et. al.: Nature **395**, 873 (1998).
- 31) R. Landauer: PhysComp96 でのスピーチ.
- 32) D. P. DiVincenzo and P. W. Shor: Phys. Rev. Lett. **77**, 3260 (1996).
- 33) M. Ozawa: Phys. Rev. Lett. **80**, 631 (1998).

(1999年5月6日 受理)